

1 Základní přístup (Elmg)

NMFy261 - Obdržálek - Z 2018-9

1.1 Úvodem

* Úvod do teorie elmg. pole (diferenciální přístup)

vs.

Elektřina a magnetismus (integrální přístup) - např. HRW

* Diferenciální přístup: vhodnější pro teorii

* výchozí je pole (elektromagnetické; hmotné kontinuum)

vlastnosti pole v bodě (elektrická intenzita \vec{E} ; hustota hmotnosti ρ)

* Integrální přístup: vhodnější pro praxi

* výchozí je objekt (těleso; plocha)

vlastnosti objektu (tok magnetického pole Φ ; hmotnost m)

* Značení: občas $\partial_x \equiv \frac{\partial}{\partial x}$; $\partial_t \equiv \frac{\partial}{\partial t}$

1.2 Základní pojmy (látka)

- * **hmota** - substance (nevzniká, nemizí, jen se přemísťuje)
 - * látka (kde není hmotnost podstatná)
 - * dielektrikum
 - * magnetikum, paramagnetikum, feromagnetikum, ...
 - * zdroj pole: nosič Q elektrického náboje. Veličiny:
 - * q el. náboj (nosič v klidu), zdroj el. pole
 - * $\vec{j} = q\vec{v}$ el. proud (nosič v pohybu), zdroj mg. pole
 - * navíc v kvantové fyzice: $\vec{\sigma}$ spin - další zdroj mg. pole
 - * náboj vázaný - mikroskopický náboj částic tvořících látku \oplus
 - * posunutelný: polarizace elektrická \vec{P} \oplus
 - * posunutelný: polarizace magnetická \vec{J}_m ; magnetizace $\vec{M} = \vec{J}_m/\mu_0$ \oplus
 - * pohyblivý: konduktivita (vodivost) σ \oplus \ominus
 - * náboj volný - námi dodaný, ovládáme (pohyblivý ve vodiči)

Pohybové rovnice pro hmotu (pole elektrické \vec{E} , magnetické \vec{H}):
Newton: $m\vec{a} = \sum \vec{F}$; Coulomb + Lorentz: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

1.2 Základní pojmy (pole obec.)

- * **Pole**: prostor se specifickou vlastností (pole není substance!)
- * Matematicky:
 - * funkce prostorových souřadnic a času: $\varphi(\vec{r}, t)$
- * Fyzikálně:
 - * širší: vlastnost prostoru (teplota T)
 - * užší: popis interakce látky, „zdrojů pole“ (elektrická intenzita \vec{E})
 - * mechanismus působení zdroje A na náboj B:
 - * zdroj A budí pole P
 - * pole P se šíří prostorem
 - * na náboj B v poli P působí síla

1.2 Základní pojmy (pole elmg.)

Pole

* elektrická intenzita \vec{E}

* magnetická indukce \vec{B}

Konstanty (při volbě el. náboje; vazba na mechaniku - síla)

* elektrická konstanta $\varepsilon_0 \cong 8,854 \cdot 10^{-12}$ F/m („permitivita vakua“)

* magnetická konstanta $\mu_0 \cong 1,256 \cdot 10^{-6}$ H/m („permeabilita vakua“)

* světelná rychlost $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = 299\,792\,458$ m/s

Elmg. pole ve ***vakuu*** (bez látky; popis látky později):

* elektrická indukce $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}$

* magnetická intenzita $\vec{H} = \vec{B} / \mu_0$

1.2 Základní pojmy (zdroje)

* Zdroje elmg. pole

* zdroj elektrických polí \vec{E} , \vec{D}

* elektrický náboj (volný i vázaný)

* změna magnetického pole \vec{B}

* zdroj magnetických polí \vec{B} , \vec{H}

* pohyb el. náboje (volného i vázaného)

* spin některých částic („vrozený mag. dipól“)

* změna elektrického pole \vec{D}

* „Magnetické náboje“ neexistují

* nepotřebujeme je k výkladu známých existujících polí

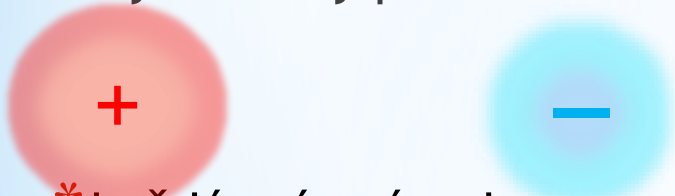
* nebyly pozorovány v přírodě

* přesto ovšem můžeme uvažovat, jaké by byly, kdyby byly - magnety S,J

1.2 Základní pojmy (pole)

* Vlastnosti elmg. pole

- * elmg. pole **není** substance (nemusí se zachovávat, „přelévat“...)
- * přitom některé jeho atributy (energie) se chovají jako substance
- * Myšlenkový pokus: dva stejné bodové zdroje opačného náboje



- * každý má své pole, ty se prostě **sčítají** („princip superpozice“)
- * s polem je spojena energie; v polním pojetí rozložená v prostoru
- * při přibližování se nosiče nábojů **přitahují** (já odebíráám energii) celkové pole se mění a **slábne**
- * při splynutí pole zcela zanikne; energie nikoli - přelila se do mne

1.2 Základní pojmy (pohyb. rov.)

* Vektorový operátor nabla: $\vec{\nabla} \equiv (\partial_x; \partial_y; \partial_z)$;

$$\vec{\nabla} \times \vec{Q} \equiv \text{rot } \vec{Q}; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{Q} \equiv \text{div } \vec{Q}; \quad \vec{\nabla} q \equiv \text{grad } q$$

* Pohybové rovnice pro elmg. pole:

Maxwellovy rovnice

* zdroje: hustota el. náboje ρ ; hustota el. proudu $= \vec{j}$

* *Ve vakuu:*

* el. indukce: $\vec{D} \equiv \varepsilon_0 \vec{E}$; mg. intenzita: $\vec{H} \equiv \vec{B} / \mu_0$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} - \partial_t \vec{D} = \vec{j}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \partial_t \vec{B} = \vec{0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

1.2 Základní pojmy (elmg. látka)

* Elmg. pole v *látkovém prostředí*:

* *Látku* popíšeme fenomenologicky zavedením nových polí:

* el. polarizace \vec{P} (střední hodnota hustoty el. dipólů v látce):

$$\text{odtud el. indukce } \vec{D} := \varepsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

* magnetizace \vec{M} , resp. mg. polarizace $\vec{J}_m = \vec{M} / \mu_0$:

$$\text{odtud mg. intenzita } \vec{H} := \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{J}_m \quad \equiv \quad \frac{\vec{B} - \vec{M}}{\mu_0}$$

* konduktivita (vodivost) σ :

$$\text{el. pole způsobí v látce navíc el. proud } \vec{J} := \sigma \vec{E}$$

1.2 Základní pojmy (Mwx. def.)

Maxwellovy rovnice v látkovém prostředí:

[definitivní rovnice elmg. pole]

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \times \vec{H} - \partial_t \vec{D} &= \vec{J} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \rho_{\text{ex}} \\ \vec{\nabla} \times \vec{E} + \partial_t \vec{B} &= \vec{0} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} &= 0 \\ \vec{J} &= \vec{J}_{\text{ex}} + \sigma \vec{E}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{rot } \mathbf{H} - \partial_t \mathbf{D} &= \mathbf{j} \\ \text{div } \mathbf{D} &= \rho \\ \text{rot } \mathbf{E} - \partial_t \mathbf{B} &= \mathbf{0} \\ \text{div } \vec{\mathbf{B}} &= 0\end{aligned}$$

1.3 Polní a částicový popis

- * Částicový popis (Charles-Augustin de Coulomb, 1785)

$$F \propto \frac{q_1 q_2}{R^2}, \quad \text{resp.} \quad F = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{R^2} \frac{\mathbf{R}}{R}, \quad \text{kde } \mathbf{R} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1$$

- * „Částice s náboji q_1, q_2 na sebe působí silou nepřímo úměrnou čtverci jejich vzdálenosti“

- * Polní popis (Michael Faraday ~1832; James Clerk Maxwell ~1855)

- * zdroj v \mathbf{r}_1 s nábojem q_1 budí v \mathbf{r}_2 pole

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}_2) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{R^2} \frac{\mathbf{R}}{R}$$

- * na částici s nábojem q_2 působí v el. poli síla

$$\mathbf{F} = q_2 \mathbf{E}$$

- * Co je primární?? My: částice; ale
Mie (1920) „Primární je pole, náboje jsou jen jeho singularity“
- * Alan Watts: „Pták je jen prostředníkem k tomu, aby se vejce opět stalo vejcem“ -

1.4 Co nás čeká

- * Další zobecnění
- * *Teorie relativity*: není nutno, Mxw. r. již jí vyhovují
- * *Mikroskopický popis* (nikoli fenomen.): Lorentz; namísto látky „částice ve vakuu“.
 - * mikroskopické zdroje: náboje tvořící látku $q(\vec{r})$; \vec{v}
 - * mikroskopická pole: \vec{e} ; \vec{b}
 - * jejich středováním dostáváme makroskopické veličiny:
 - * $\langle \vec{e} \rangle = \vec{E}$, $\langle \vec{b} \rangle = \vec{B}$, $\langle \rho \vec{v} \rangle = \vec{J}$, $\langle \frac{q}{V} \rangle = \rho$.
- * *Kvantová elektrodynamika*: Lorentzova teorie + kvant. fyzika (částice i pole jsou popsány vlnovými funkcemi a operátory)

1.4 Co nás čeká

Již máme nejobecnější fenomenologický popis:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} - \partial_t \vec{D} = \vec{J}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} + \partial_t \vec{B} = \vec{0}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{J} = \vec{J}_{\text{ex}} + \sigma \vec{E}$$

$$\text{rot } \mathbf{H} - \partial_t \mathbf{D} = \mathbf{j}$$

$$\text{div } \mathbf{D} = \rho$$

$$\text{rot } \mathbf{E} + \partial_t \mathbf{B} = \mathbf{0}$$

$$\text{div } \vec{\mathbf{B}} = 0$$

M: soustava lineárních parciálních diferenciálních rovnic 1. řádu.

Nutno zadat ještě počáteční a okrajové podmínky.

Vazba na ostatní fyziku: síla (Coulomb; Lorentz)

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}), \text{ resp. hustoty}$$

$$\vec{f} = \rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}$$

1.4 Co nás čeká

Speciální případy - podle závislosti na čase

Statické pole (stav): vše je v čase neproměnné, nejsou proudy

$\text{rot } \mathbf{H} = 0$	$\text{rot } \mathbf{H} = 0$
$\text{div } \mathbf{D} = \rho$	$\text{div } \mathbf{D} = \rho$
$\text{rot } \mathbf{E} = 0$	$\text{rot } \mathbf{E} = 0$
$\text{div } \mathbf{B} = 0$	$\text{div } \vec{\mathbf{B}} = 0$

El. a mg. pole spolu nesouvisí, lze řešit samostatně

$\text{div } \mathbf{D} = \rho$	$\text{div } \mathbf{B} = 0$
$\text{rot } \mathbf{E} = 0$	$\text{rot } \mathbf{H} = 0$

Příklad: rovnoměrně nabitý disk

1.4 Co nás čeká

Speciální případy - podle závislosti na čase

*Kvazistatické pole (děj): sled statických polí
čas jako parametr*

Příklad: rovnoměrně nabitý disk, zvolna se vybíjející

1.4 Co nás čeká

Speciální případy - podle závislosti na čase

Stacionární pole (stav): časově neproměnné, ale lze proudy

$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$	$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$
$\text{div } \mathbf{D} = \rho$	$\text{div } \mathbf{D} = \rho$
$\text{rot } \mathbf{E} = \mathbf{0}$	$\text{rot } \mathbf{E} = \mathbf{0}$
$\text{div } \mathbf{B} = 0$	$\text{div } \vec{\mathbf{B}} = 0$

El. a mg. pole spolu nesouvisí, lze řešit samostatně

$\text{div } \mathbf{D} = \rho$	$\text{div } \mathbf{B} = 0$
$\text{rot } \mathbf{E} = \mathbf{0}$	$\text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J}$

* Příklad: rovnoměrně nabitý rotující disk; má mg. pole

1.4 Co nás čeká

Speciální případy - podle závislosti na čase

Kvazistacionární pole (děj): čas jako parametr (synchronní)

$$\begin{array}{ll} \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{j} & \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \\ \text{div } \mathbf{D} = \rho & \text{div } \mathbf{D} = \rho \\ \text{rot } \mathbf{E} + \partial_t \mathbf{B} = \mathbf{0} & \text{rot } \mathbf{E} + \partial_t \mathbf{B} = \mathbf{0} \\ \text{div } \mathbf{B} = 0 & \text{div } \vec{\mathbf{B}} = 0 \end{array}$$

El. a mg. pole spolu souvisí, změny synchronní pro vše

$$\begin{array}{ll} \text{div } \mathbf{D} = \rho & \text{div } \mathbf{B} = 0 \\ \text{rot } \mathbf{E} + \partial_t \mathbf{B} = \mathbf{0} & \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \end{array}$$

* Příklad: oscilační obvody; bez záření

1.4 Co nás čeká

Speciální případy - podle závislosti na čase

Nestacionární pole (děj): nejobecnější (původní)

$$\begin{array}{ll} \text{rot } \mathbf{H} - \partial_t \mathbf{D} = \mathbf{j} & \text{rot } \mathbf{H} = \mathbf{J} \\ \text{div } \mathbf{D} = \rho & \text{div } \mathbf{D} = \rho \\ \text{rot } \mathbf{E} + \partial_t \mathbf{B} = \mathbf{0} & \text{rot } \mathbf{E} + \partial_t \mathbf{B} = \mathbf{0} \\ \text{div } \mathbf{B} = 0 & \text{div } \vec{\mathbf{B}} = 0 \end{array}$$

Nové jevy: vznik a šíření elmg. záření

* Příklad: Hertzův dipól; brzdné záření